

# 2003 年中华人民共和国普通高等学校联合招收 华侨、港澳地区、台湾省学生入学考试 数 学

满分 100 分，考试用时 120 分钟

题号	一	二	三							总分
			21	22	23	24	25	26	27	

考生注意：这份试卷共三个大题，所有考生做第一、二题，在第三（21、22、23）题中任选两题；报考理工农医类的考生做第三（24、25）题，报考文史类的考生做第三（26、27）题。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请把所选出的字母填在题后的括号内。

- 1、设  $a, b \in R$ ，则  $|a+b| < |a|+|b|$  的充要条件是 ( )  
 A  $ab > 0$     B  $ab < 0$     C  $ab \leq 0$     D  $ab \geq 0$
- 2、函数  $y = (x-2)^2 (x \leq 2)$  的反函数是定义于区间  $[0, +\infty)$  上的函数 ( )  
 A  $y = 2 + \sqrt{x}$     B  $y = 2 - \sqrt{x}$     C  $y = \sqrt{x} - 2$     D  $y = 2 - \sqrt{x+2}$
- 3、设函数  $y = f(x)$  的图像与  $y = 2^x$  的图像关于  $y$  轴对称，则 ( )  
 A  $f(x) = 2^{-x}$     B  $f(x) = -2^x$     C  $f(x) = -2^{-x}$     D  $f(x) = \log_2 x$
- 4、5 名男生和一名女生排成一行，若女生不排头也不排尾，则不同排法的种数为 ( )  
 A 600    B 480    C 240    D 120
- 5、函数  $y = |\sin 2x|$  的最小正周期为 ( )  
 A  $2\pi$     B  $\pi$     C  $\frac{\pi}{2}$     D  $\frac{\pi}{4}$
- 6、若  $\frac{\pi}{3} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ，则 ( )  
 A  $\sin \alpha < \cot \alpha < \cos \alpha$     B  $\cot \alpha < \cos \alpha < \sin \alpha$   
 C  $\cos \alpha < \cot \alpha < \sin \alpha$     D  $\cos \alpha < \sin \alpha < \cot \alpha$
- 7、在等差数列  $\{a_n\}$  中，若  $a_1 + a_7 = 24$ ，则  $a_4 =$  ( )  
 A 12    B 14    C 16    D 18
- 8、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+3+\dots+(2n-1)}{n(2n-1)} =$  ( )

- A 0    B 2    C 1    D  $\frac{1}{2}$

9、方程  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 5 = 0$  所表示的曲线是 ( )

- A 圆    B 椭圆    C 双曲线    D 一个点

10、若函数  $f(x) = 4ax - x^2$  在区间  $[1, 3]$  上是减函数, 则  $a$  的取值范围是 ( )

- A  $\left[-\frac{1}{2}, +\infty\right)$     B  $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right]$     C  $\left(-\infty, -\frac{3}{2}\right]$     D  $\left[\frac{3}{2}, +\infty\right)$

11、椭圆  $\frac{x^2}{4} + (y-1)^2 = 1$  上的点到坐标原点距离的最大值为 ( )

- A  $\sqrt{5}$     B  $\frac{4\sqrt{5}}{3}$     C  $2\sqrt{2}$     D  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

12、已知  $f(x)$  是周期为 2 的偶函数, 且当  $x \in (0, 1)$  时,  $f(x) = x+1$ , 那么当  $x \in (1, 2)$  时,

$f(x) =$  ( )

- A  $1-x$     B  $3-x$     C  $x-3$     D  $x+2$

二、填空题：本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分。把答案填在题中横线上。

13、已知矩阵  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ , 则  $AB =$  \_\_\_\_\_

14、已知平面向量  $\vec{a} = (2, 3)$ ,  $\vec{b} = (1, -2)$ , 则  $\vec{a} \cdot \vec{b} =$  \_\_\_\_\_

15、若圆锥的高等于底面直径, 且轴截面的面积为 8, 则圆锥的体积为 \_\_\_\_\_

16、在 10 瓶饮料中有 2 瓶已过保质期, 从中任取 3 瓶, 当中恰有 1 瓶已过保质期的不同取法共有 \_\_\_\_\_ 种。(用数字作答)

17、若  $2x+1$  是多项式  $f(x) = 8x^5 - 4x^3 + x^2 + 3x + a$  的因式, 则  $f(x)$  除以  $x-2$  的余式是 \_\_\_\_\_

18、设  $(1+2x+x^3)^4 = a_0 + a_1x + \dots + a_7x^7 + \dots + a_{12}x^{12}$ , 则  $a_7$  的值为 \_\_\_\_\_

19、直线  $x-3y+3=0$  与直线  $2x-y+2=0$  的夹角为 \_\_\_\_\_ 弧度

20、 $\frac{1}{\sin 50^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{\cos 50^\circ}$  的值为 \_\_\_\_\_

三、解答题

21、(本题满分 10 分)

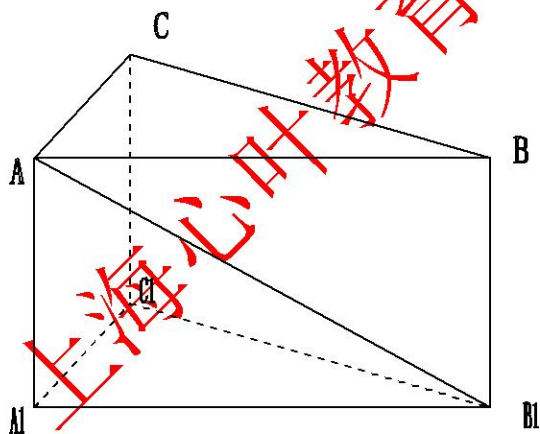
在空间直角坐标系中, 给定两点  $A(0,1,0)$ 、 $B(1,0,1)$  和平面  $\pi: 2x-3y+z+5=0$ , 求过点  $A$ 、 $B$  两点且与  $\pi$  垂直的平面之方程

22、(本题满分 10 分)

在平面直角坐标系中, 已知三点  $A(-25,0)$ 、 $B(25,0)$  和  $C(-7,24)$ , 求  $\triangle ABC$  的内切圆的方程

23、(本题满分 10 分)

如图, 在正三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中,  $AB_1 \perp A_1C$ ,  $AB = a$ , 求这三棱柱的体积



24、(本题满分 10 分, 文史类考生不做)

已知复数  $z_1$ 、 $z_2$  满足  $|z_1| = |z_2| = |z_1 - z_2|$ , 且  $z_1 + z_2 = 3i$ , 求  $z_1$  和  $z_2$

25、(本题满分 10 分, 文史类考生不做)

设  $S_n$  是等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和

(1) 比较  $a_n S_{n+1}$  与  $a_{n+1} S_n$  的大小, 其中  $n$  为正整数;

(2) 求极限:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n S_{n+1} - a_{n+1} S_n}{a_n S_{n+1} + a_{n+1} S_n}$

26、(本题满分 10 分, 理工农医类考生不做)

设  $a \in R$ , 对任意实数  $x$  都有  $x^2 + 2x \log_3 a + 8 \log_9 a \geq 3$ , 求  $a$  的取值范围

27、(本题满分 10 分, 理工农医类考生不做)

已知正整数  $n \geq 3$ , 实数  $a_1 \neq 0$ , 证明数列  $a_1, a_2, \dots, a_n$  是等比数列的充分必要条件为: 关于  $x$  的方程

$$(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_{n-1}^2)x^2 - 2(a_1 a_2 + a_2 a_3 + \dots + a_{n-1} a_n)x + (a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_n^2) = 0$$

有非零实根