

# 2004 年中华人民共和国普通高等学校联合招收 华侨、港澳地区、台湾省学生入学考试 数 学

满分 100 分，考试用时 120 分钟

题号	一	二	三							总分
			21	22	23	24	25	26	27	

考生注意：这份试卷共三个大题，所有考生做第一、二题，在第三（21、22、23）题中任选两题；报考理工农医类的考生做第三（24、25）题，报考文史类的考生做第三（26、27）题。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请把所选出的字母填在题后的括号内。

1、 $\cos 2010^\circ =$  ( )

A  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$     B  $-\frac{1}{2}$     C  $\frac{\sqrt{3}}{3}$     D  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2、函数  $y = 3\sin x - 4\cos x$  的最大值为 ( )

A 4    B 5    C 7    D 25

3、行列式  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} =$  ( )

A -18    B 18    C 54    D 6

4、设数列  $\{a_n\}$  的通项  $a_n = 3n + 2$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ , 则  $\{a_n\}$  前 19 项和为 ( )

A 351    B 570    C 608    D 670

5、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 2}{n(3n + 2)} =$  ( )

A  $\frac{1}{3}$     B  $\frac{2}{3}$     C 2    D 1

6、不等式  $\sqrt{x+3} > \frac{1}{2}x$  的解集为 ( )

A  $\{x | -3 \leq x < 0\}$     B  $\{x | -3 \leq x < 2\}$     C  $\{x | -3 \leq x < 6\}$     D  $\{x | -3 \leq x < 6\}$

7、某公司从 8 名职员中选出 4 人派往甲、乙、丙 3 地出差，其中甲地需去 2 人，另外两地各去 1 人，那么不同的选派方法共有 ( )

A 105 种    B 210 种    C 420 种    D 840 种

- 8、设复数  $z$  满足  $z^2 + z + 1 = 0$ ，则  $z^3 - z - \frac{1}{z} + \frac{1}{z^3} =$  ( )  
 A -1 B 1 C 2 D 3
- 9、双曲线  $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$  的焦点到该双曲线的渐近线的距离为 ( )  
 A 2 B  $\sqrt{3}$  C  $\frac{\sqrt{6}}{2}$  D  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- 10、设  $A$ 、 $B$  是直线  $y = 2x - 3$  与椭圆  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$  的两个交点， $M$  是  $AB$  的中点， $O$  为坐标原点，则直线  $OM$  的斜率为 ( )  
 A  $-\frac{1}{4}$  B  $\frac{1}{4}$  C  $-\frac{1}{8}$  D  $\frac{1}{8}$
- 11、在三棱锥的 4 个面中，为直角三角形者，最多可能为 ( )  
 A 1 个 B 2 个 C 3 个 D 4 个
- 12、设  $a, b$  是实数，则  $|a - b| > |b| - |a|$  的充分必要条件是 ( )  
 A  $\frac{a}{b} < 1$  B  $\frac{b}{a} < 1$  C  $a < b$  D  $b < a$
- 二、填空题：本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分。把答案填在题中横线上。
- 13、已知  $\sin \theta = \frac{1}{3}$ ，则  $\cos 2\theta$  的值为\_\_\_\_\_
- 14、设  $f(x) = a - \frac{4}{2^x + 1}$  是奇函数，则常数  $a$  的值为\_\_\_\_\_
- 15、函数  $f(x) = 2 \cos\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{4}\right)$  的最小正周期为\_\_\_\_\_
- 16、在空间直角坐标系中，经过坐标原点作直线垂直于平面  $x + 2y - 2z = 3$ ，则垂足的坐标为\_\_\_\_\_
- 17、设直线  $4x - 3y = m$  与圆  $x^2 + y^2 - 4x = 0$  相切，并且切点在第一象限，则  $m$  的值为\_\_\_\_\_
- 18、设数列  $\{a_n\}$  的首项  $a_1 = 3$ ，当  $n \geq 2$  时， $a_n = \frac{n-1}{n+1} a_{n-1}$ ，则  $a_9$  的值为\_\_\_\_\_
- 19、整数  $4^{12}$  被 25 除后的余数是\_\_\_\_\_
- 20、已知多项式  $p(x)$  被  $x^2 + 1$  除后的余式为  $2x - 3$ ，并且  $p(0) = 0$ ，那么  $p(x)$  被  $x(x^2 + 1)$  除后的余式为\_\_\_\_\_

## 三、解答题

## 21、(本题满分 10 分)

设向量  $\vec{a} = (4, 1)$ ,  $\vec{b} = (-6, 7)$ , 非零向量  $\vec{p} \perp (\vec{a} - \vec{b})$ , 求向量  $\vec{p}$ 、 $\vec{a}$  的夹角  $\langle \vec{p}, \vec{a} \rangle$  的大小

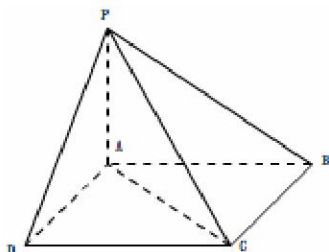
## 22、(本题满分 10 分)

设  $\triangle ABC$  的周长为 12, 三个内角  $A$ 、 $B$ 、 $C$  成等差数列, 求角  $B$  所对边长的最小值

## 23、(本题满分 10 分)

如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中, 底面  $ABCD$  是正方形, 侧棱  $PA \perp$  底面, 二面角  $P-BC-A$  等于  $45^\circ$

- (1) 求  $\frac{PA}{AB}$  的值;
- (2) 求  $PD$  与截面  $PAC$  所成角的大小



## 24、(本题满分 10 分, 文史类考生不做)

设抛物线  $y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ) 上有不同两点  $M$ 、 $N$  关于直线  $x + 2y = 8$  对称, 求焦点距  $p$  的取值范围

25、(本题满分 10 分, 文史类考生不做)

设函数  $f(x) = |\lg x| (x > 0)$ , 若  $a \neq b$ , 并且  $f(a) = \frac{1}{2}f(b) = f\left(\frac{a+b}{2}\right)$ , 求  $a$  和  $b$  的值

26、(本题满分 10 分, 理工农医类考生不做)

设抛物线  $y^2 = 4x$  上有不同两点  $M$ 、 $N$  关于直线  $x + 2y = 8$  对称, 求直线  $MN$  的方程

27、(本题满分 10 分, 理工农医类考生不做)

设函数  $f(x) = x^2 + ax + b$ , 不等式  $0 \leq f(x) \leq 6 - x$  的解集为  $\{x | 2 \leq x \leq 3 \text{ 或 } x = 6\}$ , 求  $a$  和  $b$  的值